

PRUEBA DE MATEMÁTICA – EJEMPLO 1

Ejercicio 1 (10 puntos)

Sea la función $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x+1)e^{-x}$, entonces:

- a) f es monótonamente creciente en todo su dominio.
- b) f es monótonamente decreciente en todo su dominio.
- c) Existe $x_0 \in [0, +\infty)$ tal que f es monótonamente creciente en $[0, x_0)$ y en el resto de su dominio es monótonamente decreciente.
- d) Existe $x_0 \in [0, +\infty)$ tal que f es monótonamente decreciente en $[0, x_0)$ y en el resto de su dominio es monótonamente creciente.
- e) Ninguna de las afirmaciones anteriores es verdadera.

Ejercicio 2 (10 puntos)

Sea la función $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x+1)e^{-x}$, entonces:

- a) f tiene máximo pero no tiene mínimo en $[0, +\infty)$.
- b) f tiene mínimo pero no tiene máximo en $[0, +\infty)$.
- c) f tiene máximo y mínimo en $[0, +\infty)$ lo cual es consecuencia del teorema de Weierstrass.
- d) f no tiene máximo ni mínimo en $[0, +\infty)$.
- e) f tiene máximo y mínimo en $[0, +\infty)$ a pesar de no poderse aplicar el teorema de Weierstrass.

Ejercicio 3 (10 puntos)

Recordando que la derivada de $\text{sen}(x)$ (función seno de x) es $\text{cos}(x)$ (función coseno de x) la derivada de $g(x) = f(\text{sen}(x))$ es:

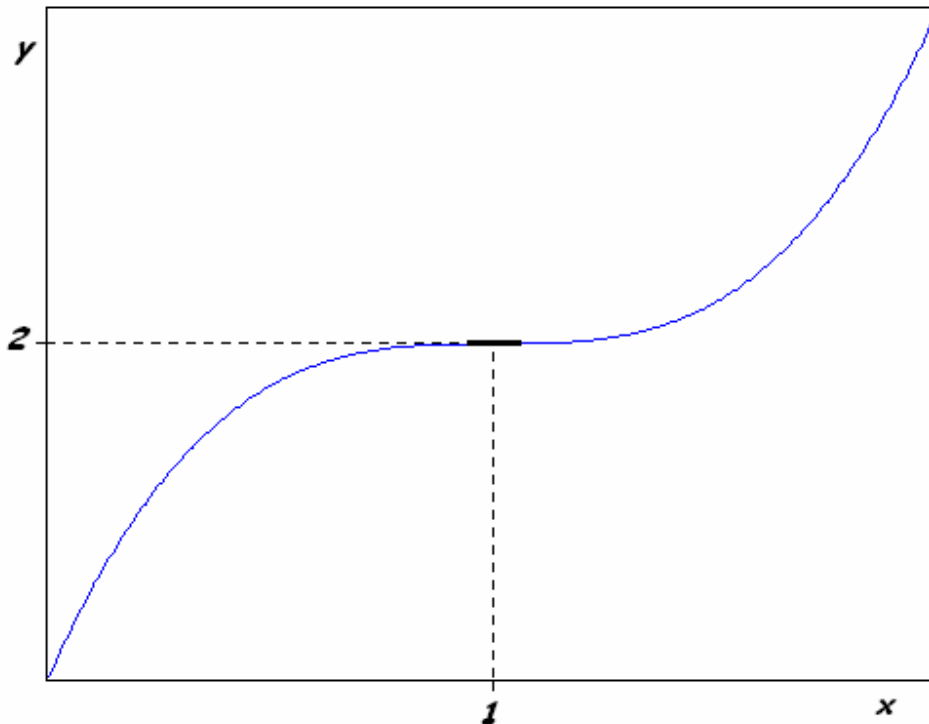
- a) $g'(x) = f'(\text{cos}(x))$
- b) $g'(x) = \text{sen}(x) f'(\text{cos}(x))$
- c) $g'(x) = f'(\text{sen}(x))$
- d) $g'(x) = \text{cos}(x) f'(\text{sen}(x))$
- e) $g'(x) = 0$

Ejercicio 4 (10 puntos)

Sea la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, que $f(x) = \begin{cases} x^2 + 5 & \text{si } x \geq 1 \\ x - 1 & \text{si } x < 1 \end{cases}$ entonces, el límite de $f(x)$ cuando x tiende a 1:

- a) vale 0
- b) vale 1
- c) vale 4
- d) vale 6
- e) no existe

Ejercicio 5 (10 puntos)



El grafico es el bosquejo de la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - 3x^2 + ax + b$ con $a, b \in \mathbb{R}$, entonces $a + b$ vale:

- a) 0 b) 2 c) 4 d) 6 e) 8

Ejercicio 6 (10 puntos)

El conjunto de puntos del plano cuya resta de distancias a dos puntos fijos distintos es constante es una:

- a) Parábola b) Elipse c) Hipérbola d) Recta e) Circunferencia

Ejercicio 7 (10 puntos)

En un sistema ortogonal de coordenadas del plano, la rotación de centro en $A = (1,1)$ y ángulo 45° ($\frac{\pi}{4}$ radianes) en sentido antihorario lleva al punto $B = (0,0)$ en el punto $C = (x, y)$. Entonces y vale:

- a) 0 b) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ c) -1 d) $2 - \frac{1}{\sqrt{2}}$ e) $1 - \sqrt{2}$

Ejercicio 8 (10 puntos)

En un sistema ortogonal de coordenadas del plano se considera la circunferencia de ecuación $x^2 + y^2 + 4x - 1 = 0$. Su radio vale:

- a) 1 b) $\sqrt{3}$ c) 2 d) $\sqrt{5}$ e) 5

Ejercicio 9 (10 puntos)

En un sistema ortogonal de coordenadas del plano se considera la recta que pasa por los puntos $A = (2,1)$ y $B = (1,2)$. Los puntos $C = (x, y)$ que verifican que el segmento determinado por él y el origen no corta a la recta son exactamente los que cumplen:

- a) $x + y = 5$ b) $x + y < 5$ c) $x + y > 5$ d) $x + y < 3$ e) $x + y > 3$

Ejercicio 10 (10 puntos)

Se considera A un conjunto de números reales que verifica que:

$$\forall x \in A \text{ se cumple que } |x - 1| < 1$$

Entonces es necesariamente cierto que:

- a) A es el intervalo $(0,2)$. b) A es el intervalo $(0,1)$.
c) A está incluido en el intervalo $(0,2)$. d) A está incluido en el intervalo $(0,1)$.
e) El intervalo $(0,2)$ está incluido en A .

Nota : Los intervalos indicados no incluyen los extremos.