

**PRUEBA DE MATEMÁTICA – EJEMPLO 2**

**Ejercicio 1 (10 puntos)**

Sea la función  $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{e^x}{x+1}$ , entonces:

- a)  $f$  es monótonamente creciente en todo su dominio.
- b)  $f$  es monótonamente decreciente en todo su dominio.
- c) Existe  $x_0 \in [0, +\infty)$  tal que  $f$  es monótonamente creciente en  $[0, x_0)$  y en el resto de su dominio es monótonamente decreciente.
- d) Existe  $x_0 \in [0, +\infty)$  tal que  $f$  es monótonamente decreciente en  $[0, x_0)$  y en el resto de su dominio es monótonamente creciente.
- e) Ninguna de las afirmaciones anteriores es verdadera.

**Ejercicio 2 (10 puntos)**

Sea la función  $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{e^x}{x+1}$ , entonces:

- a)  $f$  tiene máximo pero no tiene mínimo en  $[0, +\infty)$ .
- b)  $f$  tiene mínimo pero no tiene máximo en  $[0, +\infty)$ .
- c)  $f$  tiene máximo y mínimo en  $[0, +\infty)$  lo cual es consecuencia del teorema de Weierstrass.
- d)  $f$  no tiene máximo ni mínimo en  $[0, +\infty)$ .
- e)  $f$  tiene máximo y mínimo en  $[0, +\infty)$  a pesar de no poderse aplicar el teorema de Weierstrass.

**Ejercicio 3 (10 puntos)**

Recordando que la derivada de  $\text{sen}(x)$  (función seno de  $x$ ) es  $\text{cos}(x)$  (función coseno de  $x$ ) la derivada de  $g(x) = \text{sen}(f(x))$  es:

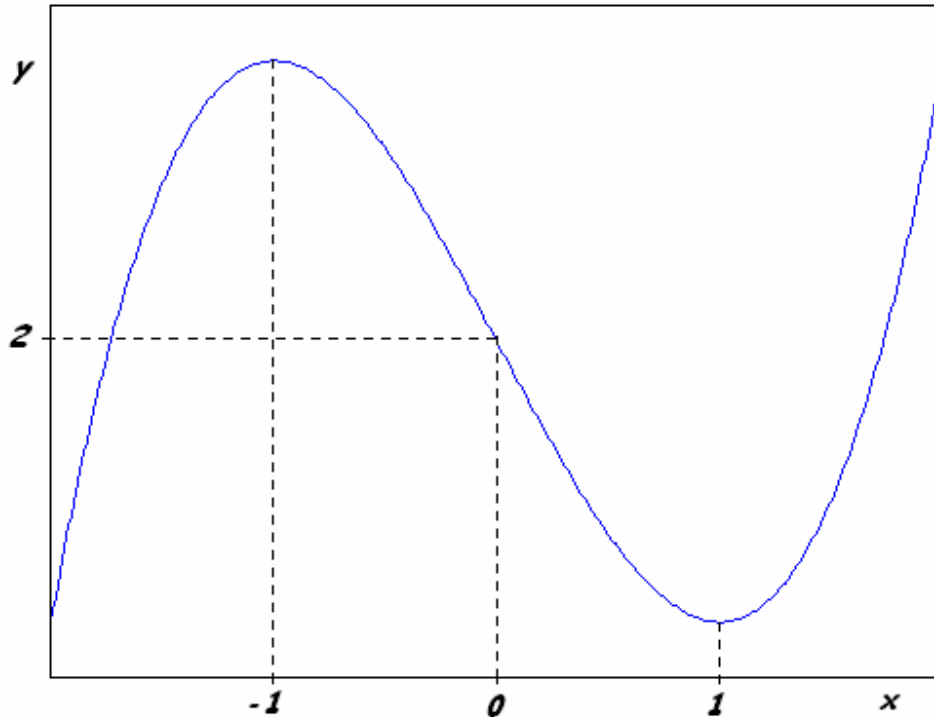
- a)  $g'(x) = \text{sen}(f'(x))$
- b)  $g'(x) = f'(x) \text{sen}(f(x))$
- c)  $g'(x) = \text{cos}(f'(x))$
- d)  $g'(x) = f'(x) \text{cos}(f(x))$
- e)  $g'(x) = 0$

**Ejercicio 4 (10 puntos)**

Sea la función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 5 & \text{si } x \geq 1 \\ ax + 4 & \text{si } x < 1 \end{cases}$  con  $a \in \mathbb{R}$ , entonces si  $f$  es continua en todo  $\mathbb{R}$ ,  $a$  vale:

- a) -1
- b) 0
- c) 1
- d) 2
- e) 3

**Ejercicio 5 (10 puntos)**



El gráfico anterior es el bosquejo de la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^3}{3} + ax^2 - x + b$ , con  $a, b \in \mathbb{R}$ , entonces  $a + b$  vale:

- a) 0    b) 2    c) 4    d) 6    e) 8

**Ejercicio 6 (10 puntos)**

En un sistema ortogonal de coordenadas del plano, se consideran:

- La recta que pasa por los puntos de coordenadas  $A = (0,0)$  y  $B = (1,1)$ .
- La circunferencia de centro en  $C = (1,0)$  que pasa por  $D = (0,1)$ .

La intersección de la recta con la circunferencia es el conjunto formado por los puntos que llamaremos  $E = (x_E, y_E)$  y  $F = (x_F, y_F)$ .

Entonces  $x_E + x_F$  vale:

- a) 0    b)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$     c) 1    d)  $\sqrt{2}$     e) 2

**Ejercicio 7 (10 puntos)**

En las mismas condiciones que en el ejercicio anterior,  $E$  es la imagen de  $F$  en la simetría axial respecto de la recta de ecuación:

- a)  $y = x$       b)  $y = x + 1$       c)  $x^2 + y^2 = 1$       d)  $x + y = 0$       e)  $x + y = 1$

**Ejercicio 8 (10 puntos)**

El conjunto de puntos del plano cuya suma de distancias a dos puntos fijos distintos es constante es una:

- a) Parábola      b) Elipse      c) Hipérbola      d) Recta      e) Circunferencia

**Ejercicio 9 (10 puntos)**

En un sistema ortogonal de coordenadas del plano los puntos  $C = (x, y)$  que verifican  $x^2 + y^2 - 2x - 2y > 0$  están en:

- a) el interior de una circunferencia      b) el exterior de una circunferencia  
c) un semiplano      d) una parábola      e) el interior de un triángulo

**Ejercicio 10 (10 puntos)**

Se consideran  $A$  y  $B$  dos conjuntos de puntos en el plano,  $x$  un punto del plano, consideremos las siguientes afirmaciones:

- a.  $x \in (A \cap B)^c \Rightarrow x \in A^c \cup B^c$   
b.  $x \in A^c \cup B^c \Rightarrow x \in (A \cap B)^c$

Indicar la opción correcta:

- a) Ninguna es cierta.  
b) Solo a. es cierta.  
c) Solo b. es cierta.  
d) Las dos son ciertas.  
e) Ninguna de las afirmaciones anteriores es cierta.