UNIVERSIDAD ORT
Uruguay

Facultad de Ingeniería
Bernard Wand-Polak
Cuareim 1451
11.100 Montevideo, Uruguay
Tel 902 15 05 Fax 908 13 70
http://www.ort.edu.uy

PRUEBA DE MATEMÁTICA – EJEMPLO 4

Ejercicio 1 (36 puntos)

i) **(4 puntos)** Sean las funciones $f: R \to R$, $f(x) = x^2$ y $g: R \to R$, $g(x) = x^7$, entonces $h: R \to R$, $h = g \circ f$ (primero se aplica f y luego g) es tal que $h(x) = x^{14}$.

ii) **(4 puntos)** Sea la función $f: R \to R$, tal que $\forall\, x \in R \;\; f'(x) = 0$, entonces $f(x) = 0$ para todo x real.

iii) **(4 puntos)** Sea la función $f: R \to R$ tal que $\forall\, x \in R \;\; f'(x) > 0$, entonces $f(x)$ es estrictamente creciente en todo R.

iv) **(4 puntos)** Si la función $f: R \to R$ es estrictamente creciente en todo R, entonces $f'(x) > 0$ para todo x real.

v) **(4 puntos)** Si la función $f: R \to R$, es derivable en todo su dominio y presenta un mínimo absoluto en todo R, en $x = 0$, entonces presenta un mínimo relativo en $x = 0$.

vi) **(4 puntos)** Si rotamos un triángulo respecto de un centro cualquiera obtenemos otro triángulo con la misma área.

vii) **(4 puntos)** Un triángulo isósceles tiene dos lados iguales.

viii) **(4 puntos)** La intersección entre una recta y una circunferencia tiene a lo sumo dos puntos distintos.

ix) **(4 puntos)** El conjunto de puntos del plano cuyo producto de distancias a dos rectas fijas es constante es una hipérbola.

Ejercicio 2 (8 puntos)

Sea la función $f: R \to R$, $f(x) = e^{-x^2}$, entonces se cumple:

a) f es monótonamente creciente en todo su dominio.
b) f es monótonamente decreciente en todo su dominio.
c) Existe $x_0 \in R$ tal que f es monótonamente creciente en $(-\infty, x_0)$ y en el resto de su dominio es monótonamente decreciente.
d) Existe $x_0 \in R$ tal que f es monótonamente decreciente en $(-\infty, x_0)$ y en el resto de su dominio es monótonamente creciente.
e) Ninguna de las afirmaciones anteriores es verdadera.

Facultad de Ingeniería
Bernard Wand-Polak
Cuareim 1451
11.100 Montevideo, Uruguay
Tel 902 15 05 Fax 908 13 70
http://www.ort.edu.uy

Ejercicio 3 (8 puntos)

Sea la función $f : R \to R$, $f(x) = e^{-x^2}$, entonces se cumple :

a) f tiene máximo pero no tiene mínimo en R .
b) f tiene mínimo pero no tiene máximo en R .
c) f tiene máximo y mínimo en R lo cual es consecuencia del teorema de Weierstrass.
d) f no tiene máximo ni mínimo en R .
e) f tiene máximo y mínimo en R a pesar de no poderse aplicar el teorema de Weierstrass.

Ejercicio 4 (8 puntos)

Recordando que la derivada de $sen(x)$ (función seno de x) es $\cos(x)$ (función coseno de x) la derivada de $g(x) = sen(x^3)$ es:

a) $g'(x) = 3x^2 sen(x^3)$ b) $g'(x) = sen(x^3)$
c) $g'(x) = 3x^2 \cos(x^3)$ d) $g'(x) = \cos(x^3)$ e) $g'(x) = \cos(3x^2)$

Ejercicio 5 (8 puntos)

Sea la función $f : R \to R$, $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & si \quad x \geq 1 \\ 2 - x & si \quad x < 1 \end{cases}$

El límite de f(x) cuando x tiende a 1:

a) vale 0 b) vale 1 c) vale 2 d) vale 3 e) no existe

Ejercicio 6 (8 puntos)

La recta tangente a la gráfica de la función $f : R \to R$, $f(x) = x^3$, en un punto con abscisa positiva, y que es paralela a la recta de ecuación $y = 3x$, corta el eje de las x en el punto de abscisa:

a) 0 b) $\frac{2}{3}$ c) 1 d) $\frac{4}{3}$ e) $\frac{5}{3}$

Facultad de Ingeniería
Bernard Wand-Polak
Cuareim 1451
11.100 Montevideo, Uruguay
Tel 902 15 05 Fax 908 13 70
http://www.ort.edu.uy

Ejercicio 7 (8 puntos)

Se consideran dos circunferencias del mismo radio r y tal que el centro de una pertenece a la otra. La distancia entre los dos puntos de intersección entre las dos circunferencias vale:

a) r b) $\frac{r}{3}$ c) $\frac{r}{\sqrt{3}}$ d) $2r$ e) $\sqrt{3}\,r$

Ejercicio 8 (8 puntos)

En un sistema ortogonal de coordenadas del plano, se consideran los puntos A y B de coordenadas $A=(0,1)$ y $B=(1,0)$. El punto $C=(x,y)$ es el más alejado del origen que además verifica que el triángulo $\overset{\Delta}{ABC}$ es rectángulo en C. Entonces $x+y$ vale:

a) 0 b) $\frac{1}{2}$ c) 1 d) $\frac{3}{2}$ e) 2

Ejercicio 9 (8 puntos)

En un sistema ortogonal de coordenadas del plano se considera la recta que pasa por los puntos $A=(1,0)$ y $B=(0,1)$. La ecuación de la recta perpendicular a ella que pasa por el origen tiene ecuación:

a) $x-y=0$ b) $x-y=1$ c) $2x-y=0$ d) $2x-y=1$ e) $x^2+y^2=1$